BOJE I OSVETLJENOST - I KOLOKVIJUM (3. XII 2018), GRUPA A

1. Apsolutno crno telo emituje zračenje čija je snaga $P = 10\,\mathrm{kW}$. Sa kolike se površine ovo zračenje emituje, ako je talasna dužina koja odgovara maksimumu zračenja $\lambda_m = 700\,\mathrm{nm}$? Štefan-Bolcmanova i Vinova konstanta iznose $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W}/\left(\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4\right)$, odnosno $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}$.

2. Dolazeći iz vazduha, svetlosni zrak pada na staklenu planparalelnu pločicu indeksa prelamanja $n = 1{,}73$ pod uglom $\alpha = 60°$. Kolika je debljina pločice, ako je nakon prolaska kroz nju zrak pomeren za $2\,\mathrm{cm}$?

3. Svetlost talasne dužine $\lambda = 600\,\mathrm{nm}$ pada normalno na difrakcionu rešetku koja ima 400 zareza po milimetru. Odrediti ukupan broj difrakcionih maksimuma koje daje ova rešetka, kao i ugao pod kojim se vidi maksimum najvišeg reda.

REŠENJA ZADATAKA

1. Polazeći od formule:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$

i zakona zračenja crnog tela:

$$I = \sigma \cdot T^4 \quad \text{(Štefan-Bolcmanov)} \;, \qquad \lambda_m = \frac{b}{T} \quad \text{(Vinov)}$$

dobija se da je:

$$S = \frac{P}{I} = \frac{P}{\sigma T^4} = \cdot \frac{P}{\sigma \cdot \left(\dfrac{b}{\lambda_m}\right)^4} = \frac{10^4\,\mathrm{W}}{5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4} \cdot \left(\dfrac{2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{K}}{7 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}}\right)^4} = 6 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2 = 6\mathrm{cm}^2 .$$

2. Pomeranje svetlosnog zraka po pravcu predstavljeno je na slici pomoću duži $\overline{BC} \equiv a$. Iz trougla ΔABC dobijamo da je:

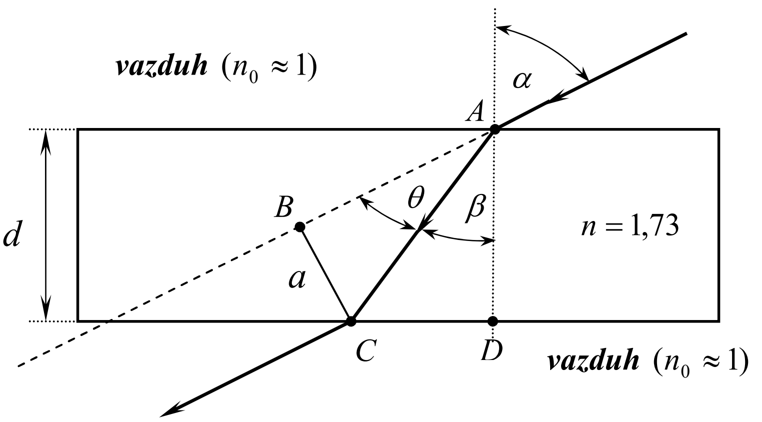
$$\sin\theta = \frac{a}{\overline{AC}},$$

a kako je na osnovu trougla ΔACD:

$$\cos\beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{d}{\overline{AC}},$$

sledi da je:

$$d = \overline{AC}\cos\beta = a \cdot \frac{\cos\beta}{\sin\theta}. \qquad (*)$$



Ugao β dobićemo polazeći od zakona prelamanja $(n_0 \approx 1)$:

$$\sin\alpha = n\sin\beta \;\Rightarrow\; \beta = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 60^\circ}{1{,}73}\right) = 30^\circ,$$

a ugao θ je na osnovu slike

$$\theta = \alpha - \beta = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ.$$

Na taj način iz (*) konačno dobijamo

$$d = 2\,\text{cm} \cdot \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = 3{,}46\,\text{cm}.$$

3. Polazeći od jednačine difrakcije na optičkoj rešetki:

$$n\lambda = a \cdot \sin\theta_n = \frac{1}{N} \cdot \sin\theta_n$$

i činjenice da je red difrakcije ograničen uslovom $\sin\theta_n = 1$, sledi:

$$n_{\max} = \frac{1}{N\lambda} = \frac{1}{4 \cdot 10^5\,\text{m}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\,\text{m}} = 4{,}2 \cong 4\;,$$

te je ukupan broj difrakcioih maksimuma na zaklonu:

$$m = 2 \cdot 4 + 1 = 9.$$

Ugao pod kojim se vidi maksimum najvišeg reda određen je jednačinom:

$$4\lambda = \frac{1}{N} \cdot \sin\theta_4 \quad\Rightarrow\quad \sin\theta_4 = 4N\lambda \quad\Rightarrow\quad \theta_4 = \arcsin(4N\lambda)$$

i konačno:

$$\theta_4 = \arcsin\left(4 \cdot 4 \cdot 10^5\,\text{m}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\,\text{m}\right) = \arcsin\left(4 \cdot 4 \cdot 10^5\,\text{m}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\,\text{m}\right) = 73{,}7^\circ.$$

BOJE I OSVETLJENOST - I KOLOKVIJUM (3. XII 2018), GRUPA B

1. Snop svetlosti snage $P = 100\,\mathrm{W}$ i talasne dužine $\lambda = 500\mathrm{nm}$ pada u pravcu normale na površinu $S = 100\,\mathrm{cm}^2$. Koliko fotona pada u jedinici vremena na jedinicu data površine? Koristiti sledeće vrednosti konstanti: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ i $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$.

2. Iz Lajmanove serije vodonikovog spektra izdvaja se jedna linija i njome se osvetljava fotoćelija. Katoda fotoćelije je od rubidijuma, čiji je izlazni rad $A = 2{,}13\,\mathrm{eV}$. Ako je poznato da zakočni napon između katode i anode iznosi $U_k = 10\,\mathrm{V}$, odrediti kom prelazu odgovara ta linija i kolika je brzina emitovanih fotoelektrona. Koristiti sledeće vrednosti konstanti: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$, $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $R = 1{,}097 \cdot 10^7\,\mathrm{m}^{-1}$ i $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$.

3. Kada svetlost, krećući se kroz vazduh, padne na površinu vode pod uglom od $53°$, dolazi do maksimalne polarizacije odbijenog zraka Kolika je brzina svetlosti kroz vodu?

REŠENJA ZADATAKA

1. Na osnovu relacija:

$$P = \frac{E}{t} \qquad \text{i} \qquad E = N\frac{hc}{\lambda},$$

sledi da na površinu S u jedinici vremena pada:

$$N = \frac{P\lambda t}{hc} = \frac{100\,\mathrm{W} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \cdot 1\mathrm{s}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} \cdot 3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 2{,}515 \cdot 10^{20}$$

fotona. Po jedinici površine taj broj iznosi:

$$N_0 = \frac{N}{S} = \frac{2{,}515 \cdot 10^{20}}{10^{-2}\,\mathrm{m}^2} = 2{,}515 \cdot 10^{22}\,\mathrm{m}^{-2}.$$

2. Polazeći od uopštene Balmerove formule za Lajmanovu seriju atoma vodonika $(Z=1)$:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{k^2}\right)\ \Big/\cdot hc \quad\Rightarrow\quad \frac{hc}{\lambda}=hcR\left(1-\frac{1}{k^2}\right), \tag{1}$$

i Ajnštajnove jednačine fotoelektričnog efekta:

$$\frac{hc}{\lambda}=A+eU_k\,. \tag{2}$$

dobija se da je:

$$hcR\left(1-\frac{1}{k^2}\right)=A+eU_k \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{k^2}=1-\frac{A+eU_k}{hcR} \quad\Rightarrow\quad k^2=\frac{1}{1-\dfrac{A+eU_k}{hcR}}$$

i konačno:

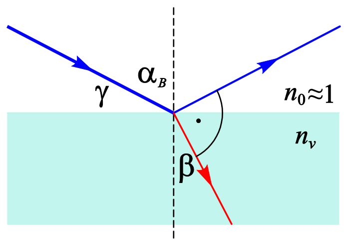
$$k=\sqrt{\frac{1}{1-\dfrac{A+eU_k}{hcR}}}=\sqrt{\frac{1}{1-\dfrac{1{,}6\cdot10^{-19}(2{,}13+10)\mathrm{J}}{6{,}626\cdot10^{-34}\,\mathrm{J}s\cdot3\cdot10^{8}\,\mathrm{m/s}\cdot1{,}097\cdot10^{7}\,\mathrm{m}^{-1}}}}=3\,.$$

Prema tome, data spektralna linija odgovara prelasku elektrona iz drugog pobuđenog u osnovno stanje atoma vodonika $(3\mapsto1)$. Brzina emitovanih fotoelektrona određuje se iz relacije:

$$\frac{1}{2}m_e v^2=eU_k \quad\Rightarrow\quad v=\sqrt{\frac{2eU_k}{m_e}}=\sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot10\,\mathrm{V}}{9{,}11\cdot10^{-31}\,\mathrm{kg}}}=1{,}87\cdot10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,. \tag{3}$$

Napomena: U štampanom tekstu sa zadacima na kolokvijumu vrednost naelektrisanja elektrona je umesto $e=1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}$ omaškom predstavljena kao $1{,}9\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}$, što utiče na rezultate izračunavanja. Svim studentima koji su ispravno postavili zadatak [jednačine (1), (2) i (3)], ali su zbog ovog propusta dobili pogrešne rezultate, ***zadatak će biti priznat u celini***.

3. Maksimalna polarizacija svetlosnih zraka pri refleksiji i prelamanju ostvaruje se kada je ispunjen Brusterov zakon, tj kada za odbijeni i prelomljeni zrak važi uslov $\alpha_B+\beta=90°$. Na osnovu zakona prelamanja za graničnu površinu vazduh/voda:



$$n_0\sin\alpha_B=n_v\sin\beta$$

i pomenutog uslova $\alpha_B+\beta=90°$, sledi $(n_0\approx1)$:

$$\sin\alpha_B=n_v\sin\beta=n_v\sin(90°-\alpha_B)=n_v\cos\alpha_B$$

odnosno:

$$\mathrm{tg}\,\alpha_B=n_v\ ,$$

a odavde je:

$$n_v=\mathrm{tg}\,(53°)=1{,}33\,.$$

Znajući da se indeks prelamanja definiše kao količnik brzine svetlosti u vakuumu i u posmatranoj sredini:

$$n\overset{def}{=}\frac{c}{v}\ ,$$

sledi da je brzina prostiranja svetlosti kroz vodu:

$$v=\frac{c}{n_v}=\frac{3\cdot10^{8}\,\mathrm{m/s}}{1{,}33}=2{,}256\cdot10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,.$$